Digitalna obradba signala
2. kontrolna zadaća – 19. prosinca 2007.

1. Projektirajte nisko propusni FIR filtar četvrtog reda granične frekvencije $\omega_g = \pi/2$ korištenjem pravokutnog vremenskog otvora. Odredite impulsni odziv i prijenosnu funkciju pripadne kauzalne realizacije filtra ako na raspolaganju imate DSP sustav koji radi s 8-bitnim frakcijama. Skicirajte impulsni odziv te amplitudnu i faznu frekvencijsku karakteristiku dobivene realizacije.

Idealni NP filtar granične frekvencije ω_g ima odziv $h_{LP}[n] = \dfrac{\omega_g}{\pi}\,\mathrm{sinc}\Big(\dfrac{n\omega_g}{\pi}\Big)$.

2. Projektirajte Butterworthov nisko-propusni digitalni filtar reda $N = 2$ granične frekvencije $\omega_g = \pi/2$ bilinearnom transformacijom uz $T = 4$. Nacrtajte direktnu II realizaciju dobivenog digitalnog filtra te na nju upišite frakcije dobivene zaokruživanjem na najbliži cijeli broj ako znate da na raspolaganju imate 8 bitova.

Prototipna funkcija za Butterworthovu aproksimaciju je $B(\Omega^2) = H(j\Omega)H(-j\Omega) = \dfrac{1}{1 + \Big(\dfrac{\Omega}{\Omega_g}\Big)^{2N}}$.

3. Do izraza za bilinearnu transformaciju se može doći razmatranjem formule za trapeznu integraciju,

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,dt = y(t_2) - y(t_1) \approx \frac{t_2 - t_1}{2}\big(x(t_1) + x(t_2)\big),$$

koja uz stalni period otipkavanja T i odabrana vremena $t_1 = (n-1)T$ i $t_2 = nT$ daje zamjenu $\frac{1}{s} = \frac{T}{2}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$. Pri tome je veza kontinuirane frekvencije Ω i diskretne frekvencije ω dana izrazom $\Omega = \frac{2}{T}\,\mathrm{tg}(\frac{\omega}{2})$.

Integral možemo aproksimirati i prema Simpsonovom pravilu,

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t)\,dt = y(t_2) - y(t_1) \approx \frac{t_2 - t_1}{6}\Big(x(t_1) + 4x\Big(\frac{t_1 + t_2}{2}\Big) + x(t_2)\Big).$$

Kao i za bilinearnu transformaciju sada možemo odrediti vezu između s i z ravnine za našu novu *Simpsonovu transformaciju.*

a) Neka je period otipkavanja T. Uz odabir $t_1 = (n-2)T$ i $t_2 = nT$ iz zadanog Simpsonovog pravila odredite izraz koji veže s i z.

b) Promatramo stabilan sustav $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Primijenite dobivenu transformaciju na dani sustav te ispitajte stabilnost dobivenog diskretnog sustava.

c) Pokažite da odabir iz a) dijela zadatka uvijek daje nestabilni diskretni sustav! Dakle, bez obzira kakav kontinuirani kauzalni LTI sustav odaberemo dobiveni diskretni sustav će uvijek biti nestabilan, odnosno transformacija iz a) dijela zadatka nije upotrebljiva.