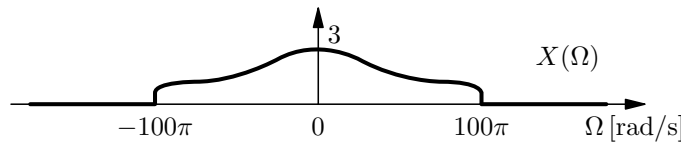


Digitalna obradba signala
Pismeni ispit – 22. rujan 2006.

1. Zadan je analogni signal $x(t)$ čiji spektar $X(\Omega)$ je prikazan na slici.

- a) Odredite najveći period uzorkovanja T_{\max} tako da možemo rekonstruirati $x(t)$ iz uzoraka $x(nT_{\max})$. Kolika je minimalna frekvencija uzorkovanja?
- b) Definiramo novi signal $y(t) = x(2t) + x(t + 4)$. Kolika je minimalna frekvencija uzorkovanja za signal $y(t)$? Objasni!



2. Sustav za obradu signala na pobudu $u[n]$ daje odziv $y[n]$ i možemo ga opisati jednadžbom

$$2y[n] - 3y[n - 1] + y[n - 2] = u[n]u[n - 1].$$

Ispitajte linearnost i vremensku nepromjenjivost danog sustava! Odredite odziv sustava na jediničnu stepenicu, $u[n] = s[n]$, ako su početna stanja jednaka nuli.

3. Korištenjem bilinearne transformacije uz $T = 7$ odredi prienosnu funkciju nisko-propusnog filtra granične frekvencije $\pi/2$. Neka je prototipni filter Butterworthov filter četvrtog reda.

Prototipna funkcija za Butterworthovu aproksimaciju je $B(\Omega^2) = H(j\Omega)H(-j\Omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_g}\right)^{2N}}$.

4. Ako su $x_1[n]$ i $x_2[n]$ periodički diskretni signali s periodom N onda linearna konvolucija $x_1[n] * x_2[n]$ općenito ne konvergira pa se umjesto nje koristi periodička konvolucija

$$y[n] = x_1[n] \circledast x_2[n] = \sum_{i=0}^{N-1} x_1[i]x_2[n - i].$$

- a) Pokažite da je $y[n]$ opet periodički signal s periodom N . Također pokažite da vrijedi $y[n] = \sum_{i=k}^{k+N-1} x_1[i]x_2[n - i]$ za svaki $k \in \mathbb{Z}$.
- b) Neka je $N = 4$ i neka su osnovni periodi signala $x_1[n] = \{1, 2, 3, 4\}$ i $x_2[n] = \{4, 3, 2, 1\}$. Izračunajte i skicirajte $x_1[n] \circledast x_2[n]$.
- c) Odredite cirkularnu konvoluciju $x_1[n] \textcircled{4} x_2[n]$ samo za osnovne periode. Koja je veza između periodičke i cirkularne konvolucije?

5. Odredi DFT transformaciju u četiri točke za dva zadana realna niza

$$x_1[n] = \{-2, 0, 2, 0\} \quad \text{i} \quad x_2[n] = \{0, -2, 0, 2\}$$

računanjem samo jedne kompleksne diskretne Fourierove transformacije (RE2FFT postupak).