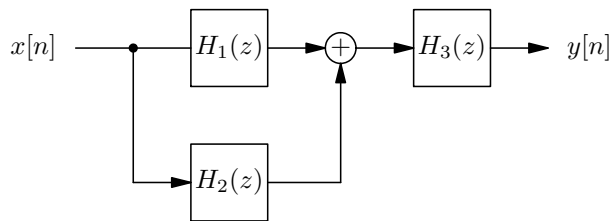


**Digitalna obradba signala – Zadaci za vježbu 2.**  
**Akadska školska godina 2004./2005.**

1. Kada projektiramo FIR filtre simetrija impulsnog odziva je bitna. Stoga razlikujemo četiri tipa filtra u ovisnosti o parnosti reda filtra (paran ili neparan) i simetriji impulsnog odziva (simetričan ili antisimetričan). Za svaki od tipova odredi analitički izraz za frekvencijsku karakteristiku i prikaži ga kao kombinaciju trigonometrijskih funkcija.
2. Tri FIR filtra s prijenosnim funkcijama

$$H_1(z) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5}z^{-1} + \frac{2}{3}z^{-2}, \quad H_2(z) = \frac{2}{3} + \frac{8}{5}z^{-1} + \frac{7}{3}z^{-2}, \quad \text{ i } \quad H_3(z) = 2 + 3z^{-1} + 1z^{-2}$$

spojena su kako je prikazano na slici. Odredi prijenosnu funkciju cijelog sustava.



3. Prisjetite se da su vremenski diskretni sustavi čija se frekvencijska karakteristika može zapisati u obliku

$$H(\omega) = A(\omega)e^{-j a \omega}, \quad A(\omega) = |H(\omega)| \quad \text{ i } \quad a \in \mathbb{R},$$

sustavi s linearnom fazom, dok se sustavi čija se frekvencijska karakteristika može zapisati u obliku

$$H(\omega) = R(\omega)e^{-j(a\omega+b)}, \quad R(\omega), a, b \in \mathbb{R}$$

nazivaju generaliziranim sustavima s linearnom fazom. Za svaki od zadanih konačnih impulsnih odziva odredi da li je pripadni filter generalizirani sustav s linearnom fazom. U slučaju da je zadani filter generalizirani sustav s linearnom fazom odredi  $R(\omega)$ ,  $a$  i  $b$  te ispitaj da li je sustav također sustav s linearnom fazom.

- a)  $h[n] = \{2, 1, 2\}$ ,
  - b)  $h[n] = \{1, 2, 3\}$ ,
  - c)  $h[n] = \{-1, 3, 1\}$ ,
  - d)  $h[n] = \{1, 1, 1, -1, -1\}$ ,
  - e)  $h[n] = \{1, 1, 0, -1, -1\}$ ,
  - f)  $h[n] = \{1, 0, -1\}$ ,
  - g)  $h[n] = \{2, 1, 1, 2\}$  i
  - h)  $h[n] = \{2, 0, 1, 0, 2\}$ .
4. FIR filter drugog reda ima simetrični impulsnog odziv, tj. vrijedi  $h[0] = h[2]$ . Ako na ulaz takvog filtra dovedemo dvije čiste kosinusoide kružnih frekvencija  $\pi/4$  i  $\pi/2$  filter propušta samo komponentu niže frekvencije i to s jediničnim pojačanjem. Odredi impulsnog odziv filtra.
  5. Odredi impulsnog odziv pojasnog-propusnog FIR filtra 105 reda projektiranog pomoću Hammingovog vremenskog otvora. Neka su granične frekvencije  $\pi/4$  i  $3\pi/4$ .

Uputa: Odredi inverznu vremenski-diskretnu Fourierovu transformaciju spektra idealnog filtra koji je na intervalu  $[-\pi, \pi]$  određen izrazom

$$H(\omega) = R(\omega)e^{-j\omega N/2} = \begin{cases} e^{-j\omega N/2}, & \frac{\pi}{4} < |\omega| < \frac{3\pi}{4} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

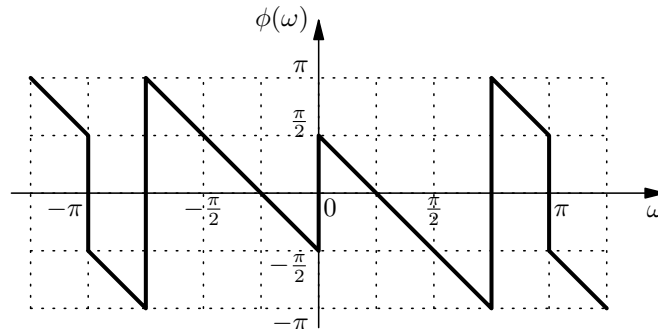
6.\* Na slici je prikazana fazna karakteristika jednog FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom.

- Odredi red zadanog filtra.
- Da li je moguće odrediti o kojem se tipu FIR filtra radi (tip I, II, III ili IV)? Ako je moguće odredi tip filtra, a ako nije objasni zašto nije.
- Možeš li karakterizirati filter kao (i) niski propust, (ii) visoki propust, (iii) niti niski niti visoki propust ili (iv) nije moguće odrediti o kojoj se vrsti filtra radi?
- Odredi impulsni odziv filtra ako je poznato da amplitudna karakteristika prolazi kroz 4 za frekvenciju  $\pi/2$  i ako je

$$\int_{-\pi}^{\pi} |H(\omega)|^2 d\omega = 20\pi.$$

Da li je dobiveni impulsni odziv jedinstven?

Uputa: Iskoristite svojstva simetrije te Parsevalov teorem.



7.\* Odredi impulsni odziv i frekvencijsku karakteristiku pojasno-propusnog FIR filtra 35 reda koji ima granične frekvencije  $\pi/4$  i  $3\pi/4$ . Koristi metodu projektiranja pomoću vremenski otvora uz Hammingov vremenski otvor. Kakav je odnos frekvencijske karakteristike idealnog pojasno-propusnog filtra i FIR filtra dobivenog metodom vremenskih otvora. Kolika je valovitost u području propuštanja te koliko je gušenje u području gušenja? Koliko točno se granične frekvencije dobivenog FIR filtra poklapaju s željenim vrijednostima? Nacrtaj realizaciju dobivenog filtra te odredi iznose koeficijenata ako filter realiziramo na procesoru koji ima frakcionu aritmetiku uz 15 bitova (14 bitova i predznak).

Hammingov vremenski otvor je određen s izrazom

$$w[n] = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n + \pi}{N}\right), \quad n \in \left[-\frac{N+1}{2}, \frac{N-1}{2}\right].$$

Prijenosna funkcija idealnog pojasno-propusnog filtra graničnih frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2$  uz  $\omega_1 < \omega_2$  je

$$h_{BP}[n] = \frac{4}{\pi(2n+1)} \cos\left(\frac{2n+1}{4}(\omega_1 + \omega_2)\right) \sin\left(\frac{2n+1}{4}(\omega_2 - \omega_1)\right).$$

8.\* Koristeći Parks-McClellanov algoritam upotrebom MATLAB-a dizajniraj minimax filter ekvivalentan filteru iz prethodnog zadatka. Neka su težine za valovitosti u područjima gušenja i propuštanja

jednake. Za prijelazna područja mogu se odabrati intervali od  $0,17\pi$  do  $0,33\pi$  i  $0,67\pi$  do  $0,83\pi$ . Usporedite odziv dobivenog minimax filtra s filtrom iz prethodnog zadatka.

9. Za svaku od zadanih prijenosnih funkcija odredite položaj polova i nula u  $z$ -ravnini te ispitajte stabilnost sustava. Također skicirajte amplitudnu frekvencijsku karakteristiku.

a)  $H(z) = \frac{1 - r^{-1}z^{-1}}{1 - rz^{-1}}, 0 < r < 1,$

b)  $H(z) = \frac{1 - r}{2} \frac{1 + z^{-1}}{1 - rz^{-1}}, 0 < r < 1$  i

c)  $H(z) = \frac{1 + r}{2} \frac{1 - z^{-1}}{1 - rz^{-1}}, 0 < r < 1.$

- 10.\* Vremenski diskretni sustav je opisan prijenosnom funkcijom

$$H(z) = \frac{\alpha - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + z^{-2}}{1 - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}},$$

gdje su  $\alpha$  i  $\beta$  realni brojevi. Odredi i skiciraj amplitudnu karakteristiku zadanog sustava. Odredi položaj polova i nula u  $z$ -ravnini. Koje uvjete moraju zadovoljavati parametri  $\alpha$  i  $\beta$  da bi sustav bio stabilan?

11. Neka su  $a$  i  $b$  realni brojevi za koje vrijedi  $|a| < 1$  i  $|b| < 1$ . Odredi i usporedi amplitudne i fazne karakteristike sustava

$$H_1(z) = \frac{z + b}{z + a} \quad i \quad H_2(z) = \frac{bz + 1}{z + a}.$$

12. Odredi amplitudnu karakteristiku vremenski diskretnog sustava opisanog prijenosnom funkcijom oblika

$$H(z) = \frac{d_N + d_{N-1}z^{-1} + d_{N-2}z^{-2} + \dots + d_2z^{-N+2} + d_1z^{-N+1} + z^{-N}}{1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_{N-2}z^{-N+2} + d_{N-1}z^{-N+1} + d_Nz^{-N}}.$$

13. Vremenski diskretni sustav opisan je prijenosnom funkcijom

$$H(z) = \frac{1,2 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + 3z^{-1}}.$$

Nacrtajte direktne forme I,  $I_t$ , II i  $II_t$ . Za svaku od realizacija odredite skalirane koeficijente (vrijednosti unutar intervala  $[-1, 1]$ ).

14. Odredi prijenosnu funkciju vremenski diskretnog sustava dobivenog bilinearnom transformacijom iz prototipa

$$H(s) = \frac{4s^2 + 10s + 8}{(s^2 + 2s + 3)(s + 1)}.$$

Neka je  $T = 0,2$ .

15. Korištenjem bilinearne transformacije uz  $T = 2$  odredi prijenosnu funkciju nisko-propusnog filtra granične frekvencije  $\pi/3$ . Neka je prototipni filter Butterworthov filter drugog reda.

16. Na filter iz prethodnog zadatka primijeni frekvencijsku transformaciju u  $z$ -ravnini tako da dobiveni filter bude visokopropusni filter granične frekvencije  $5\pi/8$ . Skicirajte amplitudnu i faznu karakteristiku dobivenog filtra.

17. Zadan je kontinuirani sustav s prijenosnom funkcijom

$$H(s) = \frac{2}{s + 1}.$$

Odredite prijenosnu funkciju diskretnog sustava koji ima jednaki impulsni odziv kao zadani kontinuirani sustav u točkama  $t = nT$ .

18. Metodom jednakog impulsnog odziva odredi prijenosnu funkciju vremenski diskretnog sustava dobivenog iz prototipa

$$H(s) = \frac{3s^3 + 7s^2 + 10s + 7}{(s^2 + s + 1)(s^2 + 2s + 3)}.$$

Neka je  $T = 0,1$ .

19. Prijenosna funkcija kontinuiranog sustava je

$$H(s) = \frac{2}{s + 1}.$$

Odredite:

- Prijenosnu funkciju  $H(z)$  diskretnog sustava koji bi imao jednaki impulsni odziv kao i zadani kontinuirani sustav u trenutcima  $t = nT$ .
- Impulsni odziv diskretnog sustava dobivenog bilinearnom transformacijom uz period uzorkovanja  $T$ .

- 20.\* Idealni vremenski kontinuirani nisko-propusni filter ima frekvencijsku karakteristiku

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

Neka su  $H_1(z)$  i  $H_2(z)$  prijenosne funkcije vremenski diskretnih sustava dobivenih metodom jednakog impulsnog odziva uz  $t = nT$  iz zadanog vremenski kontinuiranog filtra. Pri tome je za prvi filter uzeto  $T_1 = \frac{3\pi}{2\omega_0}$  dok je za drugi filter uzeto  $T_2 = \frac{\pi}{\omega_0}$ . Uz pretpostavku da su funkcije normirane tako da je  $H_1(e^{j0}) = H_2(e^{j0}) = 1$  skiciraj frekvencijske karakteristike složenih sustava prikazanih slikom. Koje su tipa dobiveni vremenski diskretni sustavi (niski propust, pojasni propust...)?

